

Örnek.1.1: Basit bir kütle, yay ve sönümleyici problemi düşünelim; Sistem modelleme denklemi;

$$M.\ddot{x} + b.\dot{x} + k.x = F \quad (1.1)$$

- Modelleme denklemi (9.1)'in Laplace dönüşümü alındığında;

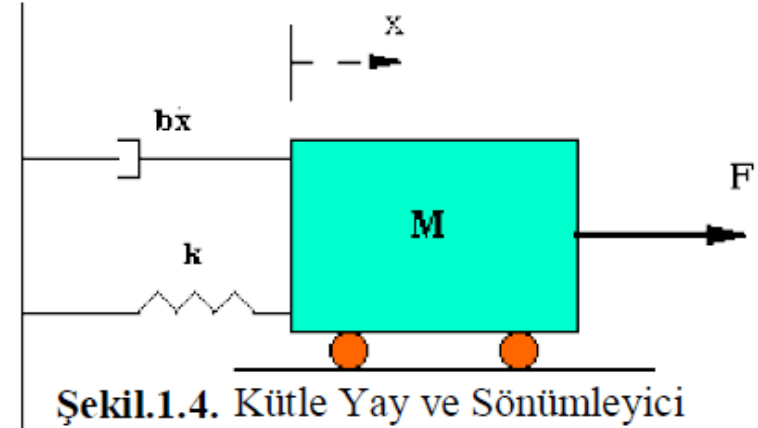
$$M.s^2.X(s) + b.s.X(s) + k.X(s) = F(s)$$

- $X(s)$ yer değiştirmesi ile $F(s)$ girişi arasındaki transfer fonksiyonu;

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{Ms^2 + b.s + k} \quad \text{'dır. } M=1\text{ kg, } b=10 \text{ N.s/m, } k=20 \text{ N/m, } F(s)=1 \text{ N olsun}$$

- Yukarıda verilen değerleri transfer fonksiyonunda yerine yazarsak;

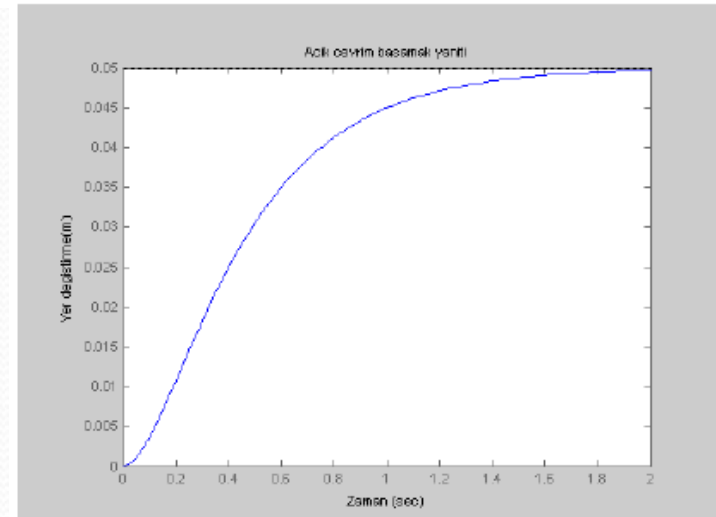
$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{s^2 + 10s + 20}$$



- Problemin amacı K_p, K_i ve K_d 'nin
 - Daha hızlı yükselme zamanı
 - En az aşma
 - Sıfır kalıcı durum hatası , elde etmedeki katkılarını göstermektedir.

Açık Çevrim Basamak Cevabı

- Yeni bir m-file dosyası oluşturup aşağıdaki kodları bu dosyanın içine yazalım
- `num=1; den=[ 1 10 20 ];`
- `step(num,den)`
- MATLAB daki m-file dosyası derlendiğinde size yandaki şekli vermelidir.



Şekil.1.5. Açık Çevrim Basamak yanıtı

- Modelin DC kazancı $1/20$ 'dir , birim basamak girişe uygulandığında çıkışın en son değeri 0,05 olabilir. Bu da %95'lik bir kalıcı durum hatası oluşturur, bu gerçektende büyük bir değerdir. Dahası, yükselme zamanı yaklaşık 1sn, oturma zamanı da yaklaşık 1,5sn'dir.
- Kalıcı durum hatasını ortadan kaldıracak, yükselme zamanını kısaltacak, yatışma zamanını azaltacak şekilde denetleyiciyi yeniden tasarlayalım.

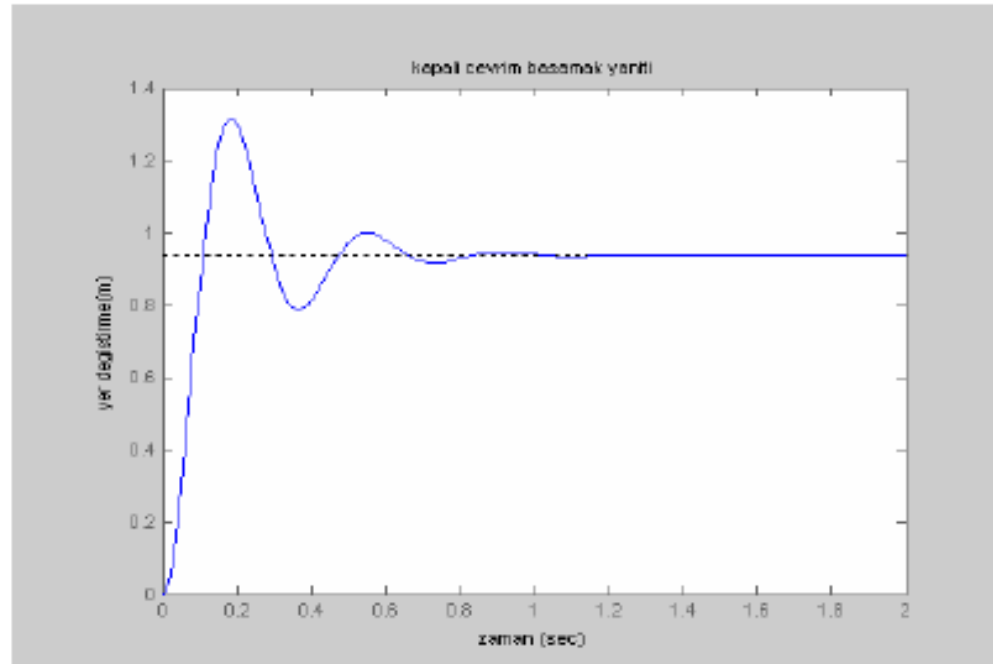
Oransal Kontrol

- Yukarıdaki tablodan görüldüğü gibi, oransal denetleyici(K_p) yükselme zamanını kısaltır,aşmayı arttırır ve kalıcı durum hatasını azaltır.Yukarıdaki sistemin oransal kontrollü kapalı çevrim transfer fonksiyonu;

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{K_p}{s^2 + 10.s + (20 + K_p)}$$

K_p 300 olsun;

- $K_p=300$;
- $num=K_p$;
- $den=[1,10,(20+K_p)]$;
- $step(num,den)$



Şekil.1.6. Kapalı Çevrim Basamak Yanıtı

- Yukarıdaki çizim, oransal kontrolün, yükselme zamanını ve kalıcı durum hatasını azalttığını, aşmaları arttırdığını, oturma zamanını çok az da olsa düşürdüğünü göstermektedir.

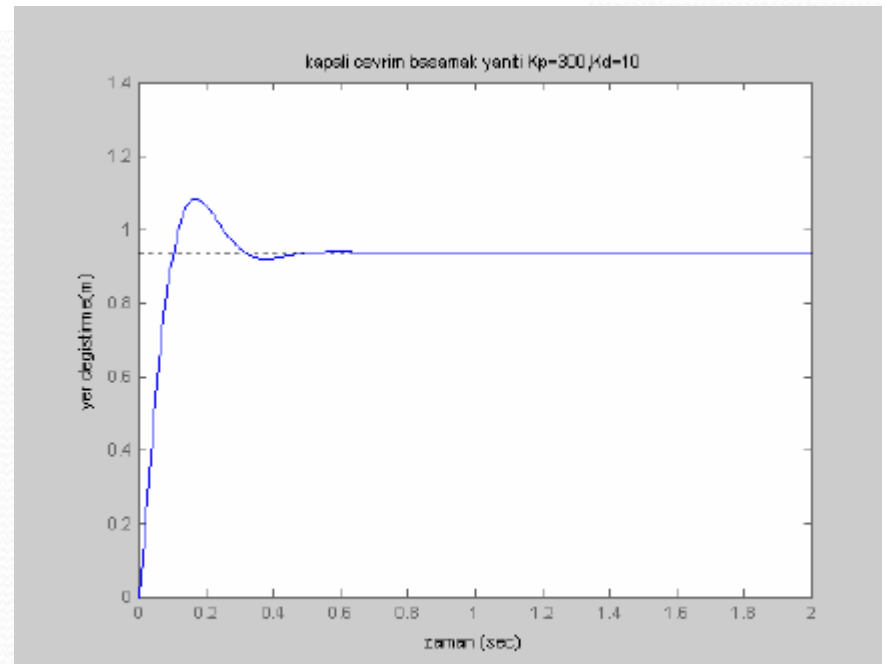
Oransal-Türev Denetimi

- Şimdi PD denetimine göz atalım. Tabloya göre türevsel denetleyici(Kd) aşmayı ve oturma zamanını azaltır. Verilen sistemin PD denetleyici ile birlikte kapalı çevrim transfer fonksiyonu;

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{Kd.s + Kp}{s^2 + (10 + Kd).s + (20 + Kp)}$$

Kd=10 olsun ,Kp=300 olsun

- Kp=300;
- Kd=10;
- num=[Kd,Kp];
- den=[1,(10+Kd),(20+Kp)];
- t=[0:0.01:2];
- step(num,den)



Şekil.1.7 Kapalı Çevrim Basamak Yanıtı

- Şekilden, türevsel denetleyicinin hem yükselme zamanını hem de kalıcı durum hatasını azalttığını, aşmayı arttırdığını, oturma zamanını da küçük miktar azalttığını görüyoruz.

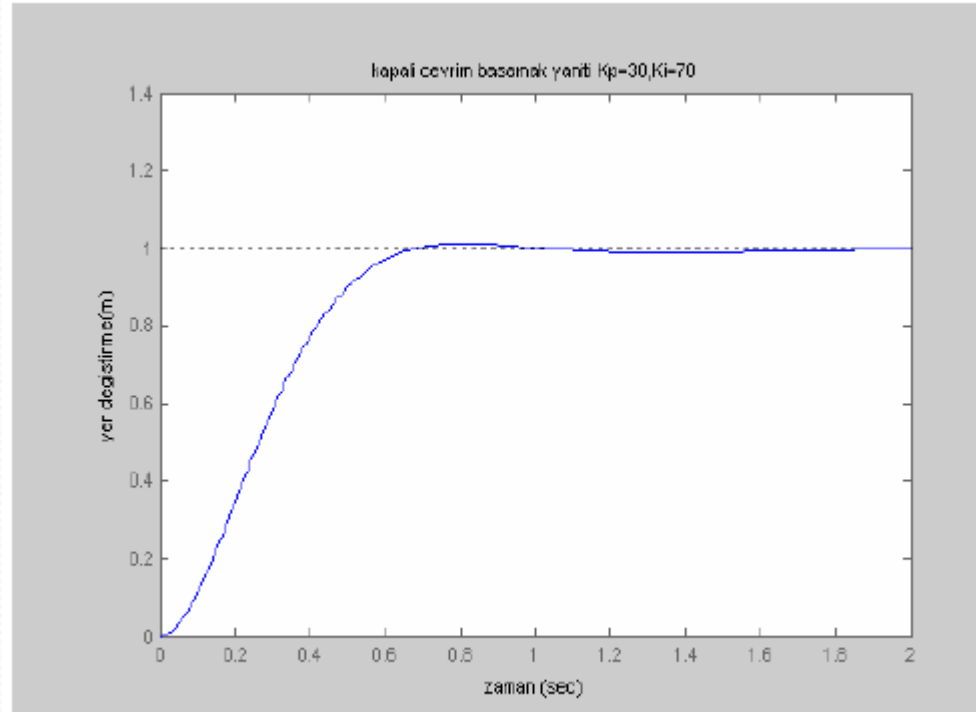
Oransal – İntegral Denetim

- PID denetime geçmeden önce, PI denetimine bakalım. Tablodan integral denetleyicinin(Ki), yükseltme zamanını kısalttığı, aşmayı ve oturma zamanını attırdığı, kalıcı durum hatasını ortadan kaldırdığı görülmektedir. Verilen sistemde, PI denetleyicili kapalı çevrim transfer fonksiyonu;

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{Kp.s + Ki}{s^3 + 10.s^2 + (20 + Kp).s + Ki}$$

Kp'yi 30 düşünelim,Ki'de 70 olsun.

- $K_p=30;$
- $K_i=70;$
- $\text{num}=[K_p,K_i];$
- $\text{den}=[1,10,(20+K_p),K_i];$
- $t=[0:0.01:2];$
- $\text{step}(\text{num},\text{den},t)$



Şekil.1.8. Kapalı Çevrim Basamak Cevabı

- Oransal kazanç(K_p)'yi düşürmemizin nedeni, integral denetleyicinin de ayrıca oransal denetleyici gibi, yükselme zamanını kısaltmayı ve aşmayı arttırmasıdır(çifte etki). Yukarıda integral denetleyicinin kalıcı durum hatasını ortadan kaldırdığı görülmektedir.

Oransal-İntegral-Türev Denetimi

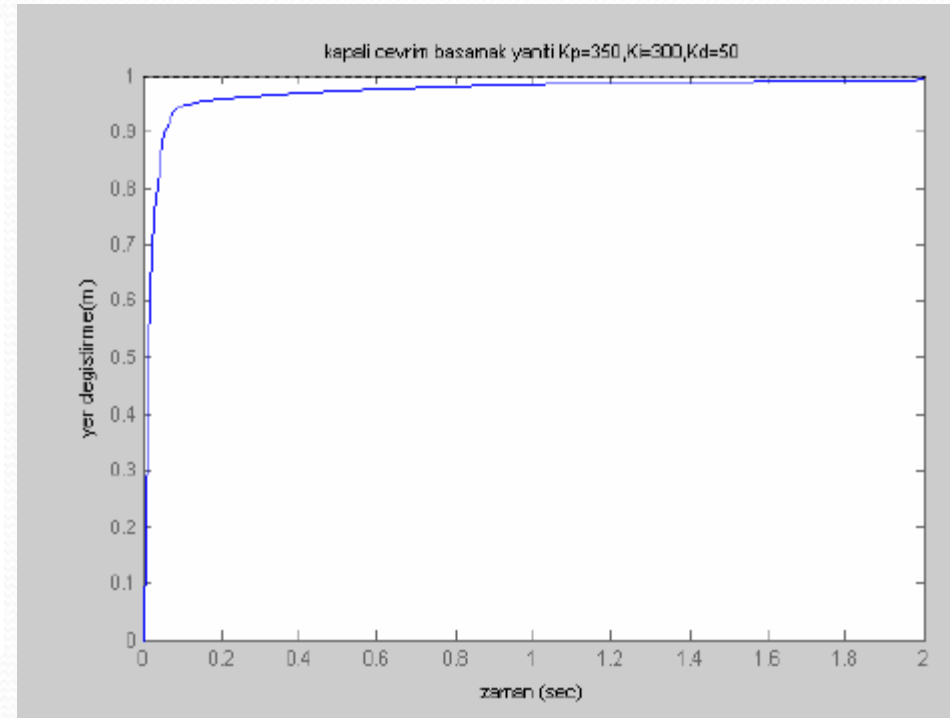
- Şimdi PID denetleyiciye bir göz atalım. Verilen sistemin PID denetleyici ile kapalı

çevrim transfer fonksiyonu;

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{Kd.s^2 + Kp.s + Ki}{s^3 + (10 + Kd).s^2 + (20 + Kp).s + Ki}$$

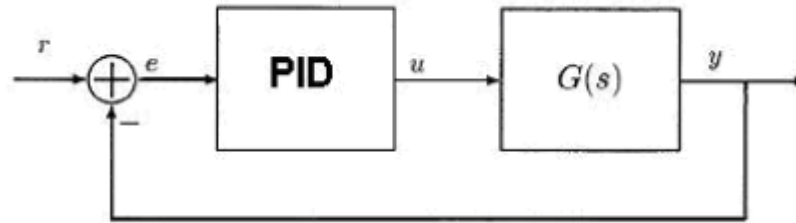
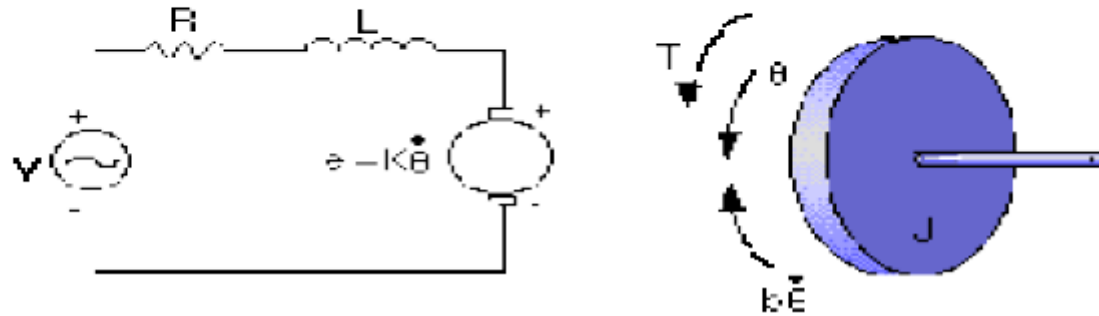
Kp=350, Ki=300, Kd=50 olarak seçildi.

- Şimdi aşma olmadan, hızlı yükselme zamanı ve kalıcı durum hatasız bir kapalı çevrim sistemi elde ettik.



Şekil.1.9. Kp=350,Kd=50,Ki=300

Örnek.1.2: PID tasarım metodu ile DC motor hız kontrolü



- * rotor eylemsizlik momenti (J) = $0.01 \text{ kg.m}^2/\text{s}^2$
- * mekanik sistemin sönüm oranı (b) = 0.1 Nms
- * elektromotor kuvvet sabiti ($K=K_e=K_t$) = 0.01 Nm/Amp
- * rezistans (R) = 1 ohm
- * indüktans (L) = 0.5 H
- * giriş (V): kaynak voltajı
- * çıkış (θ): mil durumu
- * rotor ve milin sert olmadığı kabul edilir

Burada, DC motorun dinamik eşitliği ve açık döngü transfer fonksiyonu aşağıdaki gibidir.

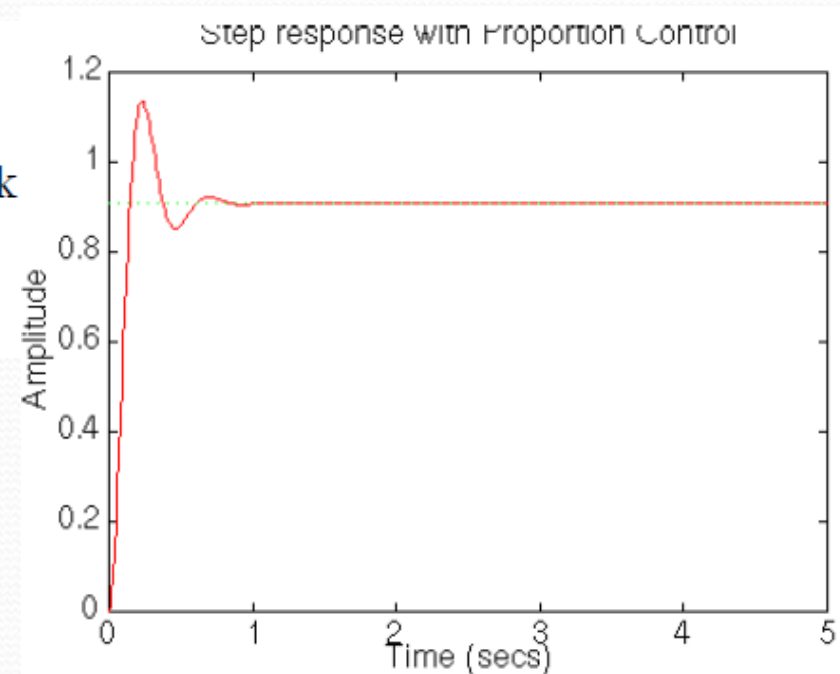
$$s(Js + b)\Theta(s) = KI(s)$$

$$\frac{\Theta}{V} = \frac{K}{(Js + b)(Ls + R) + K^2}$$

Oransal Kontrol

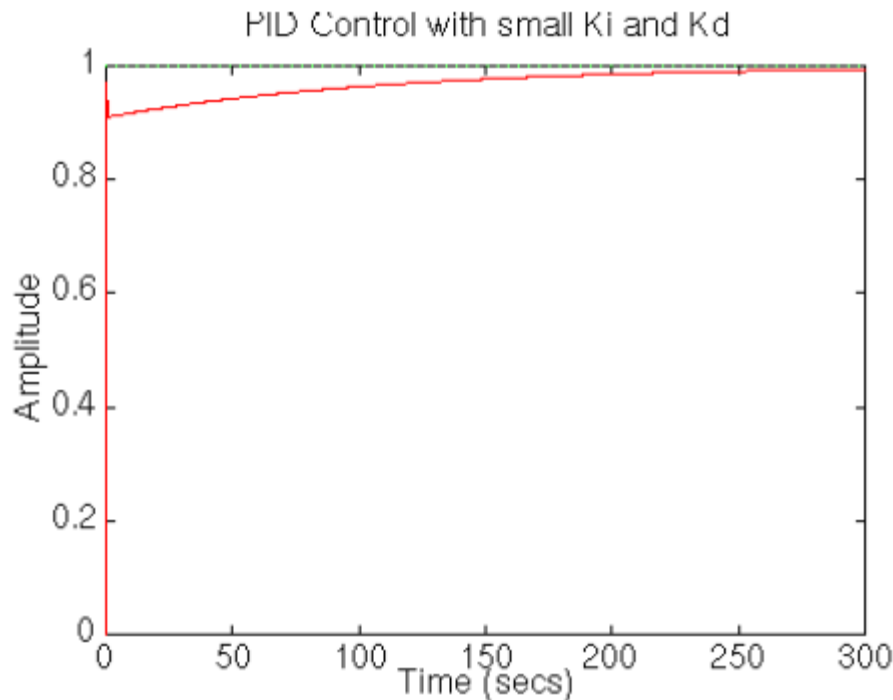
İlk önce kazancı 100 olan oransal denetleyici kullanarak

1 rad/sn basamak girişli tasarım

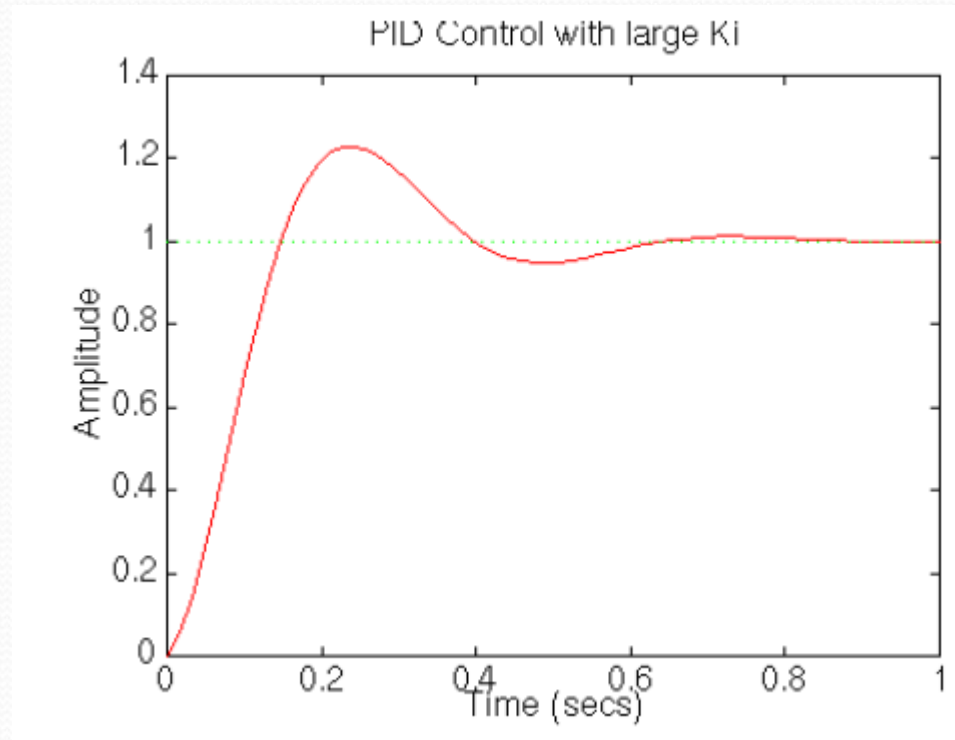


PID kontrol

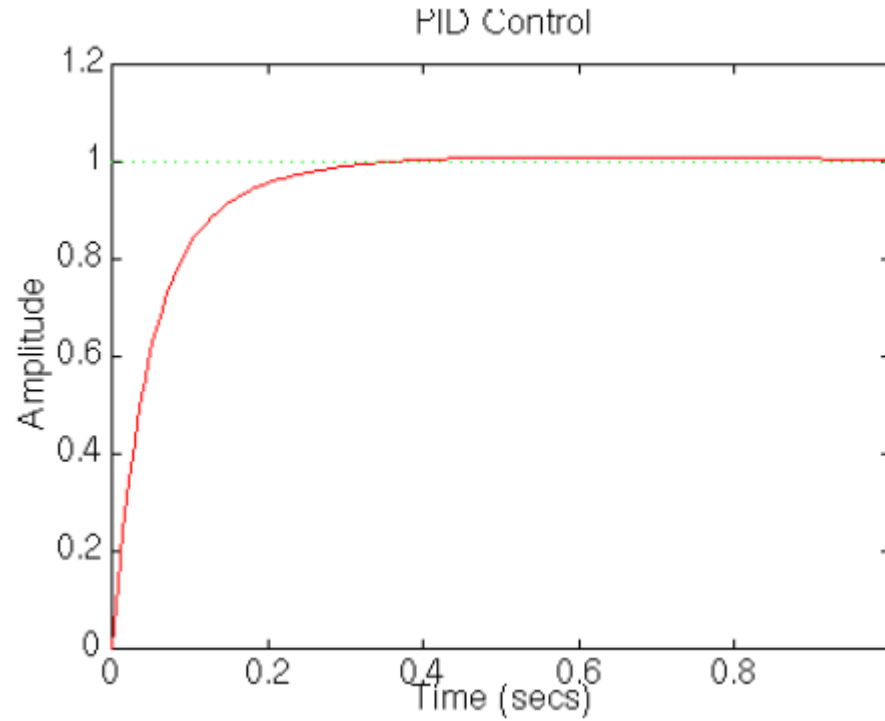
- Küçük K_i ve K_d 'ye sahip PID denetleyiciyi inceleyelim
- $K_p=100$; $K_i=1$; $K_d=1$;



Yükselme zamanını azaltmak için K_i 'yi arttıralım. K_i 'yi 200 olarak değiştirirsek aşağıda ki grafik elde edilir.



Aşmayı azaltmak için K_d 'yi arttırmamız gerekir. K_d 'yi 10 yaparsak bu durumda aşağıdaki grafik elde edilmiş olur.



Böylece, $K_p=100$, $K_i=200$, $K_d=10$ alınarak PID denetleyicili tasarım için gereklilikler karşılanmış olur

1.6.PID Tasarımında Dikkat Edilmesi Gerekenler

- PID tasarlarken istenen cevabı elde etmek için aşağıdaki adımları izleyin;

1-) Önce sistemin açık çevrim cevabına bakın ve nelerin düzeltilmesi gerektiğini belirleyin.

2-) Yükselme zamanını iyileştirmek için bir oransal denetim ekleyin.

3-) Aşma(salınımlar)'yı azaltmak için bir türev denetim ekleyin.

4-) Kalıcı durum hatasını kaldırmak için bir integral denetleyici ekleyin.

5-) İyi bir sonuç elde etmek için K_p , K_i ve K_d 'yi (tablodaki özelliklere bakarak) ayarlayın.

- Gerekmediği sürece denetleyiciyi mümkün olduğu kadar basit tutmaya çalışın. Üç denetleyiciyi de her zaman kullanmanız gerekmez. Sadece PI yeterli cevabı veriyorsa, ayrıca bir türev elemanı katmanıza hiç gerek yok.