



Bölüm 5: Hareket Kanunları

Kavrama Soruları

- 1- Bir cismin kütlesi ile ağırlığı aynı mıdır?
- 2- Ne zaman bir cismin kütlesi sayısal değerce ağırlığına eşit olur?
- 3- Eşit kollu terazi kütleyi mi yoksa ağırlığı mı ölçer?

Konu İçeriği

Sunuş

5-1 Kuvvet Kavramı

5-2 Newton'un 1. Yasası

5-3 Kütle

5-4 Newton'un 2. Yasası

5-5 Kütle Çekim Kuvveti ve Ağırlık

5-6 Newton'un 3. Yasası

5-7 Newton Yasalarının Bazı uygulamaları

5-8 Sürtünme Kuvveti

Sunuş

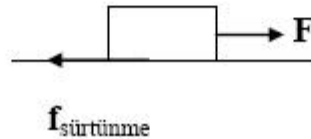
Bu bölümde sırası ile kuvvet kavramını, Newton'un hareket yasalarını, kütle, kütle çekim kuvveti ve ağırlığı ve son olarak da iki yüzey arasında oluşan sürtünme kuvvetini inceleyeceğiz.

5-1 Kuvvet Kavramı

Cisimler arasında oluşan kuvvetleri etkileşim şekline göre iki gruba ayırmak mümkündür. Bunlar sırası ile *Temas Kuvvetleri* ve *Alan Kuvvetleri*'dir.

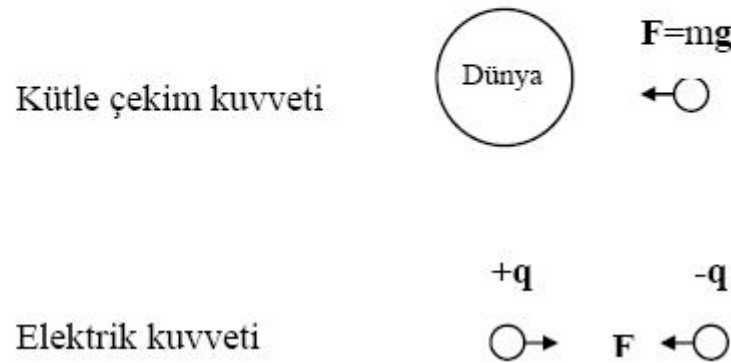
Temas Kuvvetleri

İki cisim arasındaki fiziksel temas(değme) sonucu ortaya çıkan kuvvetlerdir. Örneğin yay kuvveti, sürtünme kuvveti, bir topu hareket ettirmek için topa etki eden itme kuvveti gibi.



Alan Kuvvetleri

Cisimler arasında temas olmadan etkisini gösteren kuvvetlerdir. Örneğin yerçekimi kuvveti, elektrik ve manyetik kuvvet gibi.



$$F_{M_1 M_2} = G \frac{M_1 M_2}{R^2}$$

Isaac Newton, 1687 yılında yayımladığı *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* adlı eserinde yer çekimi kuvvetini şöyle tanımlamıştır:

Burada; M_1 ve M_2 cisimlerin kütleleri, R aralarındaki uzaklık, G ise $6,6710 \cdot 10^{-11} \text{Nm}^2\text{kg}^{-2}$ değerinde olan evrensel yer çekimi sabitidir.

5-2 Newton'un Birinci Yasası

Newton'un birinci yasası duran veya hareket halindeki cisimlerin durumlarını koruma eğilimlerini ifade etmektedir.

Newton'un 1. Yasası:

Bir cisme dış kuvvet (bileşke kuvvet) etki etmedikçe cisim durgun ise durgun kalacak, hareketli ise sabit hızla doğrusal hareketine devam edecektir.

Daha basit bir ifade ile, bir cisme etki eden net kuvvet (bileşke kuvvet) yok ise cismin ivmesi sıfırdır.

$$F=0 \text{ ise } a=0 \text{ dır.}$$

(Cismin hızında bir değişme (ivme) yaratılmak isteniyor ise cismin üzerine bir kuvvet etki ettirilmelidir, yani

$a \propto F$ şeklinde kuvvet ile ivme niceliğinin orantılı olduğunu söyleyebiliriz.

Bir cismin hızında meydana gelecek değişmeye direnme (karşı koyma) eğilimine o cismin *eylemsizliği* denir (Yukarıdaki ivme ile kütle arasındaki orantı sabiti, cismin eylemsizliğinin bir ölçüsüdür).

5-3 Kütle

Kütle, bir cismin sahip olduğu eylemsizliğin bir ölçüsüdür. Cismin kütlesi ne kadar büyük ise uygulanan belli bir kuvvetin etkisi altında o kadar daha az ivme kazanır. Örnek olarak kütleleri farklı (m_1 ve m_2) olan iki cisme aynı F kuvvetini uyguladığımızı varsayalım.



Aynı F kuvveti, m_1 ve m_2 kütlelerine etki ediyor ve kütlelere sırası ile a_1 ve a_2 ivmesini kazandırıyor. Eğer m_1 ve m_2 cisimlerinin kütlelerini ivmelenmelerine oranlarsak bulacağımız sonuç:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{a_2}{a_1}$$

şeklinde olacaktır. Buna göre aynı kuvvet uyguladığımız bir bilye ile bir kamyonu kütleleri ile orantılı olarak ivmelendirebiliriz. Yani aynı kuvvet altında kütlesi daha az olan bilyenin hızında daha büyük bir değişiklik yapabiliriz.

Kütle, cismin değişmez bir özelliğidir ve cismin çevresinden bağımsızdır.

Kütlenin boyutu kütlelerdir $[M]$, SI birim sisteminde kilogram (kg) olarak ölçülür.

5-4 Newton'un İkinci Yasası

Newton'un ikinci kanunu, bir cismin üzerine uygulanan kuvvet ile cismin kütlesi ve bu kuvvetin cisme kazandıracığı ivme arasındaki ilişkiyi vermektedir.

Newton'un 2. Yasası:

Bir cismin ivmesi, ona etki eden bileşke kuvvetle doğru orantılı, kütlesi ile ters orantılıdır.

$$\sum F = ma$$

Burda $\sum \mathbf{F}$, toplam(bileşke) kuvvet göstermektedir yani $\sum \mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 + \dots + \mathbf{F}_n$

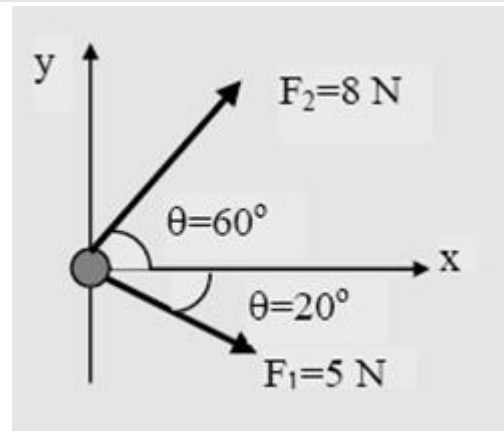
SI birim sisteminde kuvvet birimi *Newton*'dur ve *N* harfi ile gösterilir.

Newton'un tanımı:

1 Newton, 1 kg kütleli bir cisim üzerine uygulandığında ona 1 m/s² lik ivme kazandıran kuvvet bir Newton'dur.

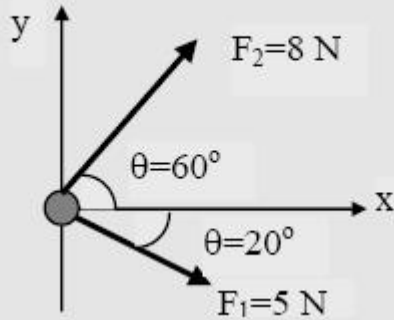
$$1 \text{ N} = (1 \text{ kg}) (1 \text{ m/s}^2)$$

Örnek 5.1 0,30 kg kütleli bir hokey diski yatay, sürtünmesiz bir buz zemini üzerinde kaymaktadır. Diske şekilde görüldüğü gibi iki kuvvet etki eder. F_1 kuvvetinin büyüklüğü 5 N, F_2 kuvvetinin büyüklüğü ise 8 N'dur. Diskin ivmesinin büyüklüğünü ve yönünü bulunuz.





Çözüm:



x-yönündeki bileşke kuvvet :

$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= F_{1x} + F_{2x} = F_1 \cos(-20^\circ) + F_2 \cos(60^\circ) \\ &= (5\text{N}) \cdot (0,94) + (8\text{N}) \cdot (0,5) \\ &= 8,7 \text{ N}\end{aligned}$$

y-yönündeki bileşke kuvvet :

$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= F_{1y} + F_{2y} = F_1 \sin(-20^\circ) + F_2 \sin(60^\circ) \\ &= (5\text{N}) \cdot (-0,34) + (8\text{N}) \cdot (0,87) \\ &= 5,2 \text{ N}\end{aligned}$$

$$\text{x-yönündeki ivme } a_x = \Sigma F_x / m = 8,7\text{N} / (0,3\text{kg}) = 29 \text{ m/s}^2$$

$$\text{y-yönündeki ivme } a_y = \Sigma F_y / m = 5,2\text{N} / (0,3\text{kg}) = 17 \text{ m/s}^2$$

Vektörel olarak ivme $\mathbf{a} = a_x \hat{i} + a_y \hat{j} = 29\hat{i} + 17\hat{j} \text{ m/s}^2$ ifade edilirse buradan;

$$\text{ivmenin büyüklüğü } |\mathbf{a}| = [(29\text{m/s}^2)^2 + (17\text{m/s}^2)^2]^{1/2} = 34 \text{ m/s}^2$$

$$\text{ivmenin yönü } \theta = \arctan(a_y/a_x) = \arctan(17/29) = 30,4^\circ \text{ bulunur...}$$

5-5 Ağırlık ve Çekim Kuvveti

Kütle ve *ağırlık* kavramları aynı şeyler değildir ve birbirlerine karıştırılmamalıdır.

Kütlesi m olan bir cisme dünyanın uyguladığı kütleli çekim kuvveti cismin *ağırlığı* olarak adlandırılır ve $\mathbf{F}_g$ ile gösterilir. Bu kuvvet, dünyanın merkezine doğru yönelmiştir ve kuvvetin büyüklüğü cismin ağırlığı olarak bilinir.

Kütle: m Ağırlık: $mg = \mathbf{F}$

Newton'un 2. kanunundan $\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a}$, yeryüzü üzerinde ivmenin değeri $\mathbf{a} = -\mathbf{g}$ olduğundan ağırlık kuvveti $\sum \mathbf{F} = m\mathbf{g}$ şeklinde yazılır.

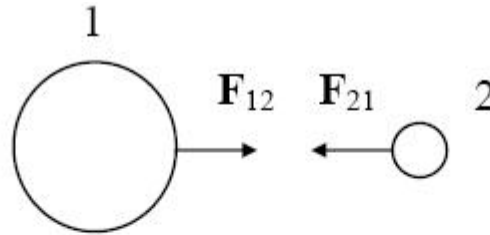
Ağırlık, $\mathbf{g}$ ye bağlı olduğundan coğrafik konuma göre değişir. Bunun yanında kütle cismin değişmez bir özelliği olduğu için her yerde aynıdır.

5-6 Newton'un üçüncü yasası

Newton'un 3. yasası, birbirleri ile etkileşmekte olan cisimler arasında oluşacak etki ve tepki kuvvetleri ile ilgilidir.

Newton'un 3. Yasası:

İki cisim etkileşiyor ise, 2. cismin 1. cisim üzerine uyguladığı F_{21} kuvveti, 1. cismin 2. cisim üzerine uyguladığı F_{12} kuvvetine eşit ve zıt yönlüdür.

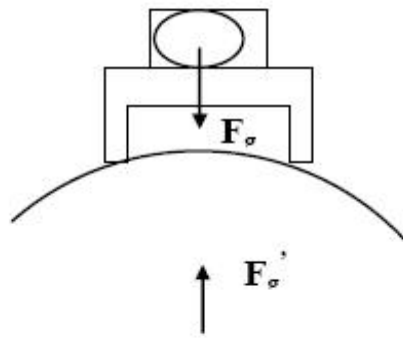


$$\mathbf{F}_{12} = -\mathbf{F}_{21}$$

$$|\mathbf{F}_{12}| = |\mathbf{F}_{21}|$$

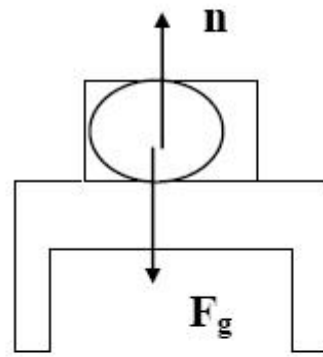
Etki kuvveti büyüklükçe tepki kuvvetine eşit ve onunla zıt yönlüdür. *Etki-tepki çiftindeki iki kuvvet daima farklı cisimler üzerine uygulanır.*

Bir cismin F_g ağırlığı, o cismin üzerine dünyanın uyguladığı çekim kuvvetidir. Masanın üzerinde duran televizyon örneğini göz önüne alalım. Dünya televizyona kütlelerinden (m) dolayı bir F_g kuvveti uygular. Aynı zamanda televizyon da dünyanın bu etkisine karşı dünyaya F_g' tepki kuvveti kuvvetini uygular (Şekil 1-a). Burada F_g ve F_g' etki-tepki kuvvetleridir.



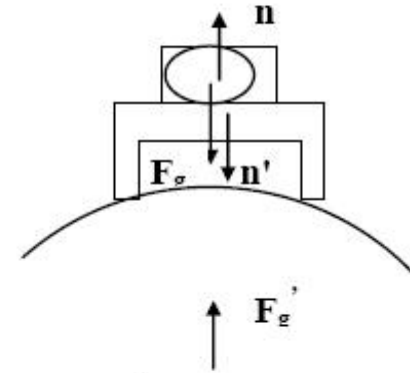
F_g ve F_g' etki-tepki kuvvetleridir

Şekil 1-a



F_g ve n etki-tepki kuvvetleri *değildir*

Şekil 1-b



$F_g = -F_g'$ ve $n = -n'$ etki-tepki kuvvetleridir

Şekil 1-c

Televizyon masa tarafından tutulduğu için F_g yönünde ivmelenmez! Masa, aşağıdan yukarıya doğru TV üzerine n ile gösterilen bir etki kuvveti uygular. Bu kuvvet normal (dik) kuvvet olarak adlandırılır (Şekil 1-b). Normal kuvvet (n) bir temas kuvvetidir ve TV'nin masayı delip geçmesini önler ve aşağı yönelen F_g 'yi dengelemek için gereken büyüklüğe sahip olur ki masa kırılıncaya kadarki değerleri alır.

Burada F_g ve n etki-tepki çifti değildir. Çünkü bunların her ikisi de aynı cisme, yani TVye etki ederler. n normal kuvvetinin tepki kuvveti n' dür ve n kuvvetine karşı TV tarafından masaya uygulanan kuvvettir (Şekil 1-c).

Burada etki-tepki çifti

$$F_g = -F_g'$$

$$n = -n'$$

F_g : Dünyanın TV'ye uyguladığı *etki* kuvveti

F_g' : TV'nin dünyaya uyguladığı *tepki* kuvveti

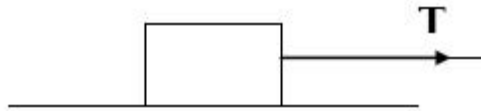
n : masa tarafından TV'ye uygulanan kuvvet

n' : n kuvvetine karşı TV tarafından masaya uygulanan *tepki* kuvveti

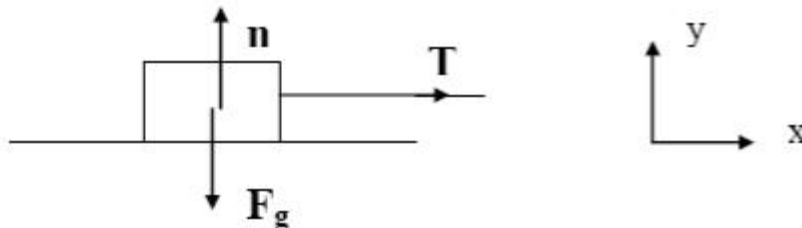
5-7 Newton Kanunlarının Bazı Uygulamaları

Dengede ($a=0$) veya sabit bir dış kuvvet etkisi altında ivmeli doğrusal hareket yapan bir cisim için Newton yasalarının bazı uygulamaları:

Gerilme: Bir cisim bir sicim ile çekildiği zaman cisme bir T kuvveti uygular ve bu kuvvetin büyüklüğüne gerilme denir.



Bloğa etki eden kuvvetleri gösterirsek (ki buna serbest-cisim diyagramı-çizeneği denir).



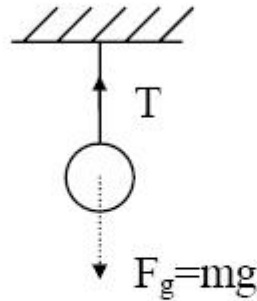
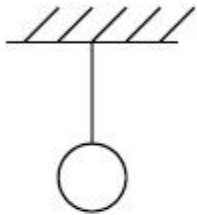


x-yönünde etki eden net kuvvet $\sum F_x = ma_x$ burdan x-yönündeki ivme $a_x = T/m$

y-yönünde etki eden net kuvvet $\sum F_y = ma_y$
 y yönünde ivme sıfırdır, dolayısı ile $\sum F_y = ma_y = 0 \Rightarrow n + (-F_g) = 0$ Burdan $n = F_g$ bulunur.

Normal kuvvet, ağırlıkça eşit ve onunla zıt yönlüdür.
 T sabit bir kuvvet ise $a_x = T/m$ ivmesi de sabittir.

Tavandan asılı lamba:



Tavana ağırlıksız bir ip ile bağlanan tavan lambasını göz önüne alalım. Lamba durgun olduğundan ($a=0$) Newton'un birinci yasasına göre

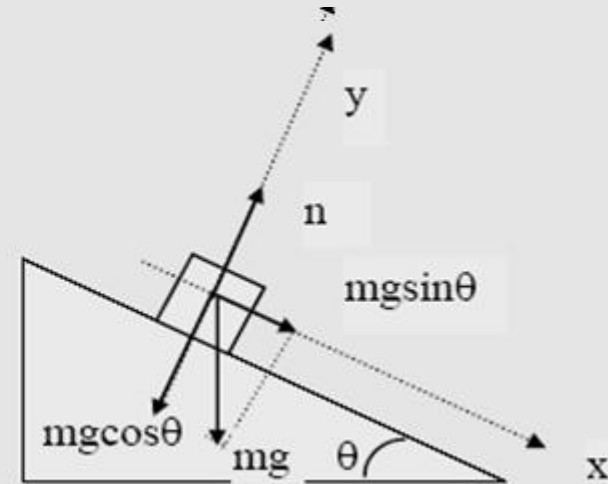
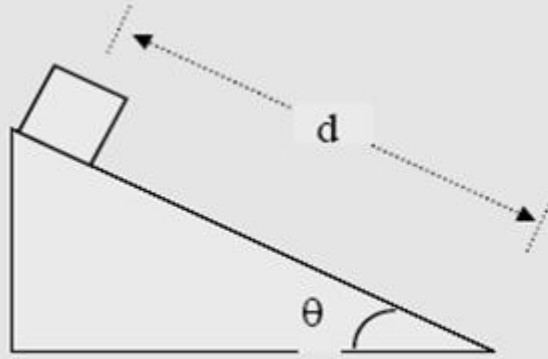
$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = ma_y = 0 = T - F_g \quad T = F_g$$

Not: Burada F_g ve T etki-tepki çifti değildir.

Örnek 5.6 *Sürtünmesiz eğik düzlem:* Şekilde görülen sürtünmesiz, θ eğim açılı bir eğik düzlem üzerine m kütleli bir sandık konulmuştur. A) sandık serbest bırakılınca sahip olacağı ivmeyi bulunuz. B) Sandığın eğik düzlemin tepesinden serbest bırakıldığını varsayalım. Tepeden itibaren alt uca kadar olan uzaklık d olsun. Bloğun alt uca varması için geçen zaman nedir ve tam alt uçta sandığın hızı ne olacaktır?

Çözüm



$$\Sigma F_x = mg \sin \theta = ma_x$$

y-yönündeki bileşke kuvvet :

$$\Sigma F_y = n - mg \cos \theta = 0 \quad (\text{y yönünde hareket yok})$$

$$\text{x-yönünde ivme } ma_x = mg \sin \theta \Rightarrow a_x = g \sin \theta$$

$$\text{normal kuvvet } n = mg \cos \theta$$

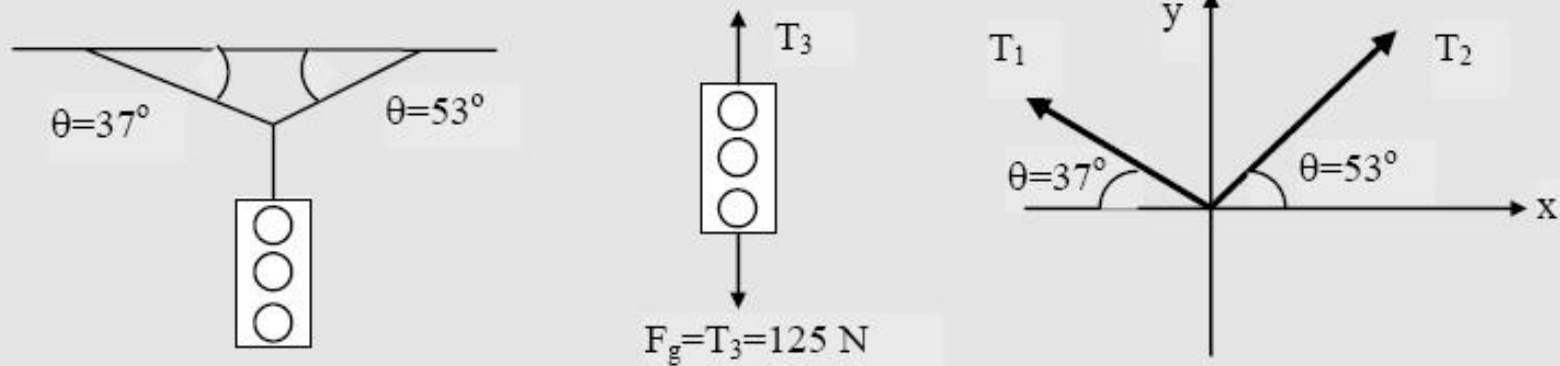
$$\text{b) } a_x = \text{sabit olduğundan } x = v_{ox}t + (1/2)a_x t^2$$

$$\text{Burada } v_{ox} = 0, x = d \text{ olarak verildiğinden } d = (1/2)a_x t^2 \Rightarrow t = (2d/a_x)^{1/2} = (2d/g \sin \theta)^{1/2}$$

$$\text{Cismin hızı } v^2 = v_{ox}^2 + 2a_x x \Rightarrow v^2 = 2a_x d \Rightarrow v = 2dg \sin \theta \quad \text{bulunur...}$$

Örnek 5.4 Bir trafik lambası şekilde görüldüğü gibi kablolarla bir desteğe asılmıştır. Üst taraftaki kablolar yatayla 37° ve 53° 'lik açılar yapmaktadır ve lambanın ağırlığı 125 N dur. Her üç kablodaki gerilmeyi bulunuz.

Çözüm:



x-yönündeki bileşke kuvvet :

$$\Sigma F_x = -T_{1x} + T_{2x} = -T_1 \cos(37^\circ) + T_2 \cos(53^\circ) = 0 \quad \dots\dots\dots(1)$$

y-yönündeki bileşke kuvvet :

$$\Sigma F_y = T_{1y} + T_{2y} - T_{3y} = T_1 \sin(37^\circ) + T_2 \sin(53^\circ) - T_3 = 0 \quad \dots\dots(2)$$

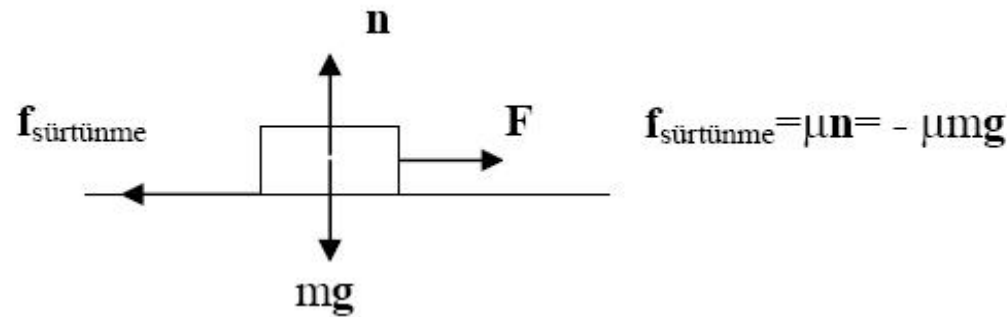
1.eşitlikten $T_2 = T_1 [\cos(37^\circ) / \cos(53^\circ)]$

T_2 değeri 2. eşitlikte yerine konursa $T_1 = 75,1 \text{ N}$ ve $T_2 = 99,9 \text{ N}$ bulunur..

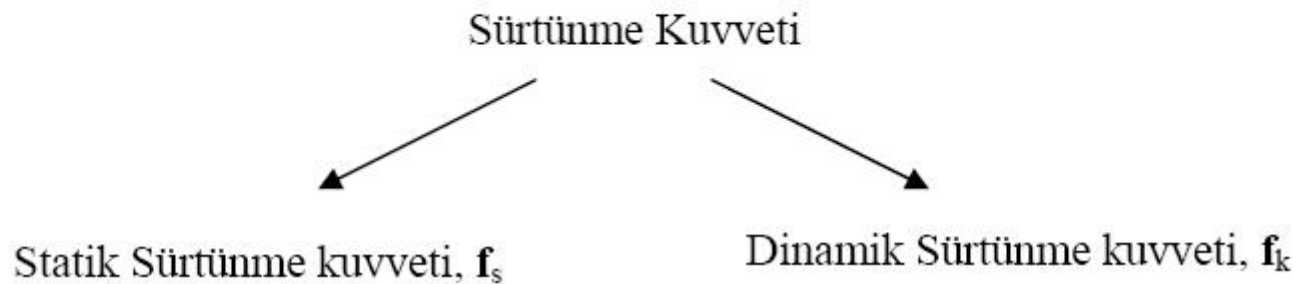
5-8 Sürtünme Kuvvetleri

Çevre faktörlerinden dolayı (hava, yüzeyin pürüzlülüğü vs.) cismin hareketine karşı koyan direnmelere sürtünme kuvveti denir. Bu dersimizde yüzeyler arasındaki temasdan kaynaklanan sürtünme kuvvetinden bahsedeceğiz.

Sürtünme kuvveti (f), genel olarak iki yüzey arasının pürüzlülüğünü gösteren sürtünme katsayısı (μ) ve normal kuvvete (n) bağlıdır.



İki yüzey arasında oluşacak olan sürtünme kuvvetini ikiye ayırabiliriz. Bunlar:



Birbiri ile temas halinde olan iki yüzey arasındaki *statik sürtünme kuvveti*, uygulanan kuvvetle zıt yönlüdür ve normal kuvvet ($\mathbf{n}$) ile orantılıdır.

$$\mathbf{f}_s \leq \mu_s \mathbf{n}$$

Hareket eden bir cisme etki eden *kinetik sürtünme kuvveti* daima cismin hareketinin zıt yönündedir.

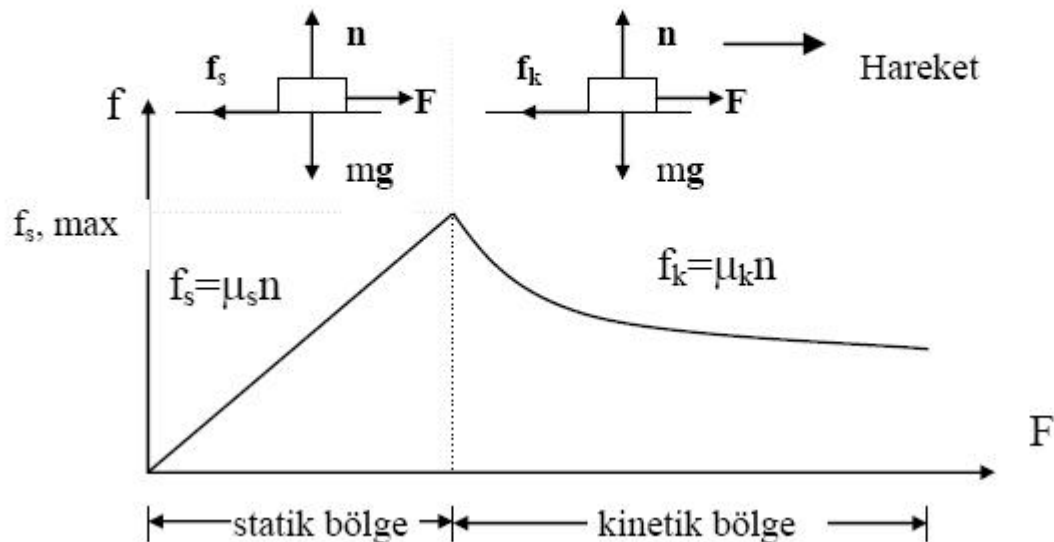
$$\mathbf{f}_k = \mu_k \mathbf{n}$$

Burada

μ_s : statik (durağan) sürtünme katsayısı,

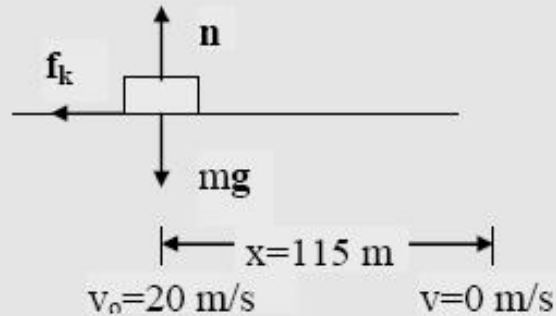
μ_k : dinamik (hareket) sürtünme katsayısıdır

Cisim durağan veya hareketli olduğu zaman cisim ile hareket ettiği zemin arasındaki sürtünme katsayısı (μ) farklıdır.



Örnek 5.13 Donmuş bir havuzda bir hokey diskine vurulsun ve ona 20 m/s'lik bir hız kazandırılmış olsun. Disk, buz yüzeyi üzerinde durmadan önce 115 m kayarsa disk ile buz yüzeyi arasındaki kinetik sürtünme katsayısını bulunuz.

Çözüm:



$$\Sigma F_x = -f_k = ma_x$$

$$\Sigma F_y = n - mg = 0$$

$$f_k = \mu_k n \text{ ve } n = mg$$

$$f_k = -\mu_k n = -\mu_k mg = ma_x \Rightarrow a_x = -\mu_k g$$

İvme sabit olduğundan zamansız hız formülün: $v^2 = v_0^2 + 2a_x x$

Cismin ilk hızı $v_0 = 20 \text{ m/s}$ ve cisim $x = 115 \text{ m}$ sonra duracağından $v = 0$ dır.

$$0 = v_0^2 + 2a_x x \Rightarrow 0 = v_0^2 - 2(\mu_k g)x \Rightarrow \mu_k = v_0^2 / 2gx = (20 \text{ m/s})^2 / [2 \cdot (9,8 \text{ m/s}^2)(115 \text{ m})]$$

$$\mu_k = 0,117 \text{ bulunur.}$$

Bölüm 6: Dairesel Hareket



Kavrama Soruları

- 1- Bir cismin sürati değişmiyor ise hızındaki değişmeden bahsedilebilir mi?
- 2- Hızı değişen bir cismin sürati değişir mi?
- 3- Düzgün dairesel harekette cismin hızı değişir mi?
- 4- Düzgün dairesel harekette cismin sürati değişir mi?
- 5- Merkezci kuvvet mi yoksa merkezkaç kuvvet mi gerçek bir kuvvettir?
- 6- Yalancı (sözde) kuvvetlerin kaynağı nedir?

Konu İçeriği

Sunuş

6-1 Düzgün Dairesel Hareket

6-2 Düzgün Olmayan Dairesel Hareket

6-3 Newton'un 2. Yasasının Düzgün Dairesel Harekete Uygulanması

Sunuş

Bu bölümde, sabit bir eksen etrafında dönü hareketi yapan bir cismin hareketi incelenecektir. Öncelikle düzgün dairesel hareket yapan bir cismin ivmesi türetilecek daha sonrada en genel dairesel hareket yapan (düzgün olmayan dairesel hareket) cismin ivme ifadesi elde edilecektir. Newton'un 2. yasasının düzgün ve düzgün olmayan dairesel harekete uygulanarak merkezci kuvvet ifadesi elde edilecek ve gerçek olmayan kuvvetlerin kaynağına değinilecektir.

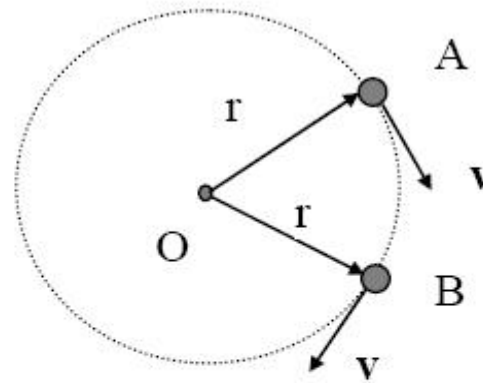
6-1 Düzgün Dairesel Hareket

Dairesel hareket, sabit bir merkez etrafında olan ve yarıçapın değişmediği harekete denir. Dairesel harekette hız vektörünün büyüklüğü değişmese de hareketin doğası gereği yönü hareket boyunca sürekli değiştiğinden dolayı dairesele hareket yapan cismin bir ivmesinin olduğu söylenir. Dairesel harekette hızın yönü yanı sıra hızın büyüklüğünün zamanla değişip-değişmediğine bakarak dairesele hareketi iki kısma ayırarak inceleyebiliriz. Bunlar sırası ile *Düzgün Dairesel Hareket* ve *Düzgün Olmayan Dairesel Hareket*'dir.

Düzgün Dairesel Hareket: Dairesel bir yörüngede cismin hızının büyüklüğü (sürat) zamanla değişmiyor ise bu harekete düzgün dairesele hareket denir.

Düzgün Olmayan Dairesel Hareket: Dairesel bir yörüngede cismin hızı zamanla değişiyor ise bu harekete düzgün olmayan dairesele hareket denir.

Sabit bir “O” merkezi etrafında hızının büyüklüğü (sabit sürat) değişmeyen bir cismin hareketini düşünelim. Cisim A ve B noktalarında iken hızın büyüklüğü (sürati) değişmemiştir ancak A ve B noktalarında hız vektörünün yönü değişmiştir. Hız, vektörel bir nicelik olduğundan, yöndeki değişme hız vektöründeki bir değişmeyi göstermektedir.



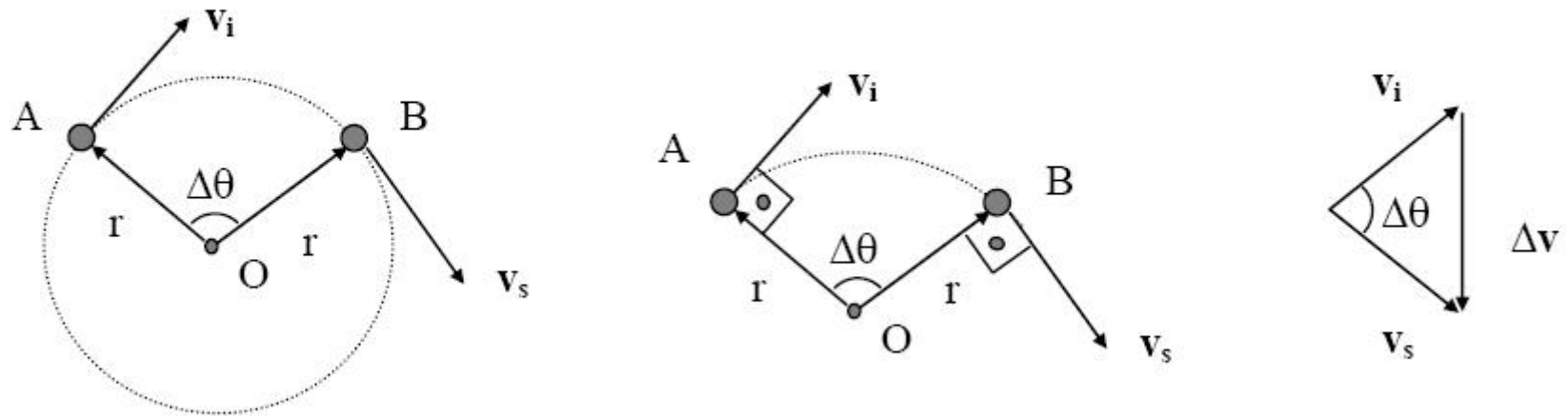
Şekil 6.1: Dairesel hareket

Düzgün dairesel harekette hızın büyüklüğü (sürat) değişmese bile hızın doğrultusu değiştiğinden dolayı hızda bir değişimin olduğu, yani cismin bir ivmesinin olduğu söylenir.

$|v| = \text{sabit}$ ama hız vektörünün yönü sürekli değiştiğinden v vektörü zaman içerisinde değişir.

Bu sebepten Newton'un 1. kanunundan dolayı $a \neq 0$ dır.

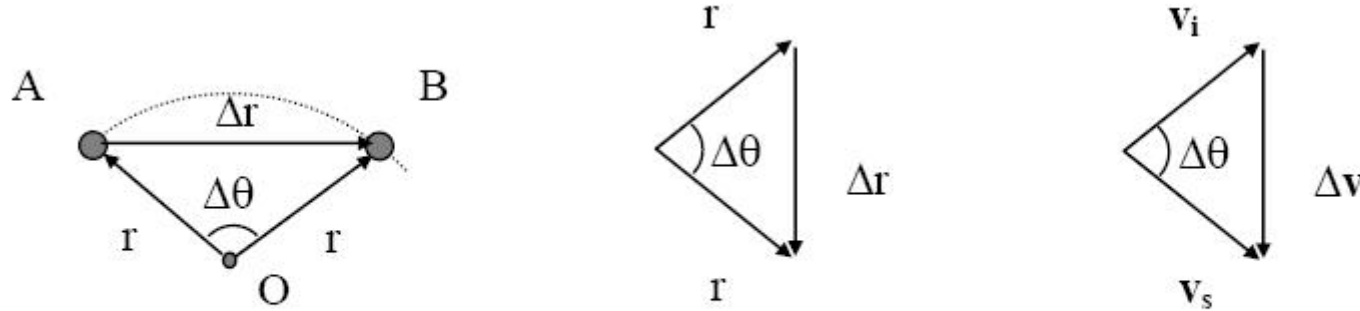
Şimdi düzgün dairesel hareket yapan bir cismin ivmesini bulmaya çalışalım:



Şekil 6.2 Düzgün dairesel harekette hız vektörünün zamanla değişimi



Cisim t_i zamanında A noktasında ve hızı $\mathbf{v}_i$,
 t_s zamanında B noktasında ve hızı $\mathbf{v}_s$ olsun.



Şekil 6.3 Düzgün dairesel harekette konum vektörünün zamanla değişimi ve hız vektörü ile benzerliği

Hızın büyüklüğü değişmediğinden $|\mathbf{v}_i| = |\mathbf{v}_s| = |\mathbf{v}|$ yazabiliriz.

Ortalama ivme tanımımız;

$$\vec{a} = \frac{\vec{v}_s - \vec{v}_i}{t_s - t_i} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \dots\dots\dots 1$$

Yukardaki (Şekil 6.3) $r, r, \Delta r$ kenarlı ikizkenar üçgeni $\mathbf{v}_i, \mathbf{v}_s, \Delta \mathbf{v}$ üçgenine benzediğinden,

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta r}{r} \Rightarrow \Delta v = \frac{v}{r} \Delta r \dots\dots\dots 2$$



2. eşitliğini 1. eşitlikte Δv 'yerine koyarsak

$$\bar{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \left(\frac{v}{r} \Delta r\right) \frac{1}{\Delta t}$$

$$\frac{\Delta r}{\Delta t} = v \text{ olduğundan,}$$

$$a = \frac{v}{r} v = \frac{v^2}{r}$$

$$a = \frac{v^2}{r} \text{ olduğunu buluruz.}$$

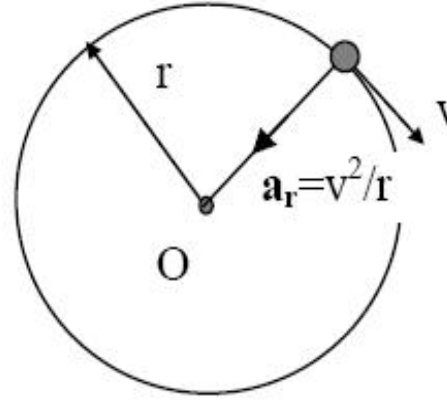
Bu, düzgün dairesel harekette ivmenin büyüklüğünü veren ifadedir. Burada v ve r değerleri sırası ile

v: teğetsel hız,

r: yarıçap

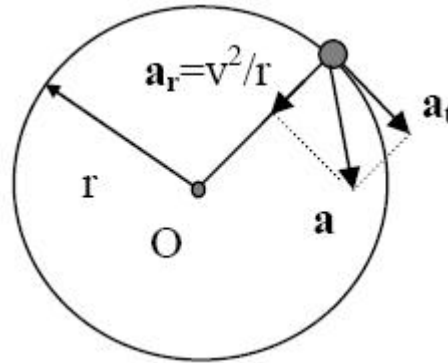
Bu ivmenin yönü, dairenin merkezine doğru yöneldiğinden dolayı **Merkezcil İvme** denir. Merkezcil ivmeyi gösterdiğini belirtmek için yukardaki ivme ifadesini a_r ile gösteririz:

$$\text{İvme } a_r = \frac{v^2}{r}$$



Teğetsel ve Radyal İvme:

Bir parçacığın hızının hem büyüklüğünün hem de doğrultusunun değiştiğini kabül edelim. Bu durumda merkezcil ivmeye (a_r) ek olarak cismin teğetsel hızının değişiminden dolayıda teğetsel bir ivme de oluşacaktır.



Teğetsel İvme: Parçacığın hızının büyüklüğündeki değişimden kaynaklanır. Yönü ani hız yönündedir ve büyüklüğü:

$$a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Çapsal (Radyal) İvme: Dairesel hareket yapan bir cismin hız vektörünün sadece doğrultusundaki değişimden kaynaklanır ve büyüklüğü

$$a_r = \frac{v^2}{r} \quad \text{ile verilir.}$$

Burada:

v : teğetsel hız,

r : yarıçap

Bileşke ivme en genel olarak bu iki vektörün vektörel toplamı olarak ifade edilir:

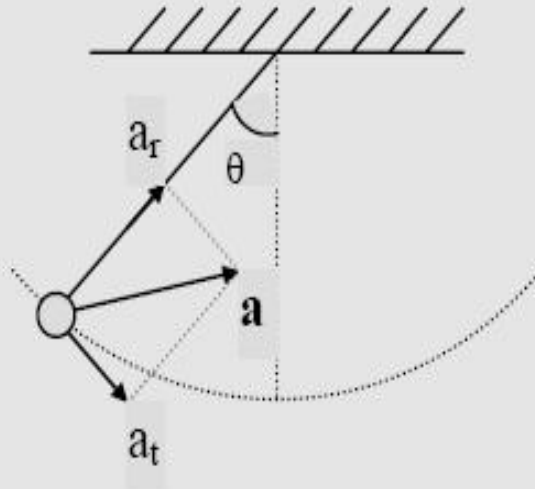
$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_r + \mathbf{a}_t$$

Bu ivme vektörünün büyüklüğü:

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_r^2} \quad \text{ile verilir.}$$

- Örnek 4.8** *Sallanan Top:* 0,5 m uzunluğunda bir sicimin ucuna bağlanan bir top, şekildeki gibi, yerçekiminin etkisi altında düşey bir daire çerçevesinde salınmaktadır. Sicim, düşeyle $\theta=20^\circ$ 'lik açı yaptığı zaman top 1,5 m/s'lik hıza sahiptir.
- İvmenin bu andaki çapsal ($\mathbf{a}_r$) bileşenini bulunuz
 - $\theta=20^\circ$ olduğu zaman teğetsel ivmenin ($\mathbf{a}_t$) büyüklüğü nedir?
 - $\theta=20^\circ$ 'de toplam ivmenin ($\mathbf{a}$) büyüklüğünü ve doğrultusunu bulunuz.

Çözüm:



$$\theta=20^\circ \quad v=1,5 \text{ m/s}$$

a) Merkezci ivme:

$$a_r = v^2/r = (1,5 \text{ m/s})^2 / (0,5 \text{ m}) = 4,5 \text{ m/s}^2$$

b) Teğetsel ivme:

$$a_t = g \sin \theta = (9,8 \text{ m/s}^2) \cdot \sin(20^\circ) = 3,4 \text{ m/s}^2$$

$$\text{c) } \mathbf{a} = \mathbf{a}_r + \mathbf{a}_t$$

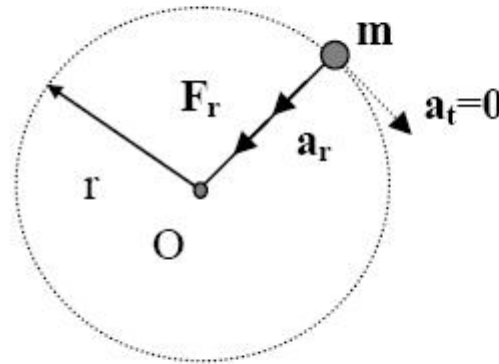
$$\text{İvmenin büyüklüğü: } |a| = (a_r^2 + a_t^2)^{1/2} = [(4,5 \text{ m/s}^2)^2 + (3,4 \text{ m/s}^2)^2]^{1/2} = 5,6 \text{ m/s}^2$$

$$\text{yönü: } \phi = \arctan(a_t/a_r) = \arctan[(3,4 \text{ m/s}^2)/(4,5 \text{ m/s}^2)] = 37^\circ \text{ bulunur...}$$

6-3 Newton'un 2. Yasasının Dairesel Harekete Uygulanması



Kütlesi m olan bir cismin düzgün dairesel hareket yaptığını düşünelim.



Cismin merkeze doğru yönelmiş bir ivmesinin olduğunu ve büyüklüğünün

$$a_r = \frac{v^2}{r} \text{ şeklinde olduğunu bulmuştuk.}$$

Newton'un ikinci yasasını düzgün dairesel harekete uygularsak:

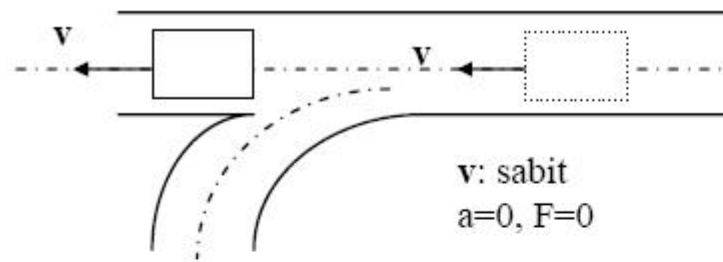
$$\sum F_r = ma_r = m \frac{v^2}{r}$$

olduğunu buluruz. Bu kuvvete *Merkezcil Kuvvet* denir ve yönü merkezcil ivme ile aynı yönlü yani merkeze yöneliktir.

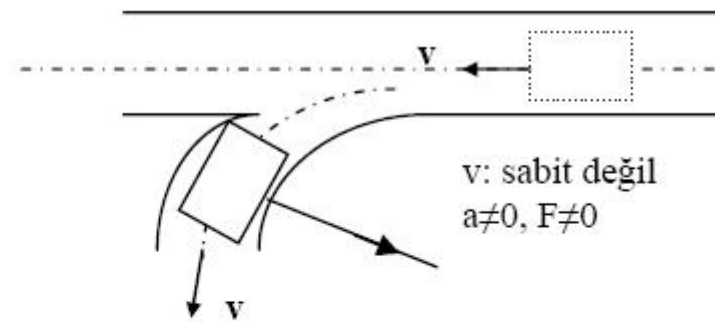
Bu sonuç ile dairesel hareket yapan bir cismin merkeze yönelmiş olan bir kuvvetin etkisinde kaldığını söyleyebiliriz.

Günlük hayatımızda, bulduğumuz bu merkezci kuvvetin aksine, yönü merkezden uzaklaşan yönde bir kuvvetin etkisini gözleriz. Bu kuvvete *Merkezkaç Kuvvet* deriz. Bu bulgularımız ve günlük hayattaki tecrübelerimizin farklı oluşunun mantıksal bir açıklaması vardır ve bunu aşağıdaki şekilde açıklamaya çalışacağız.

Merkezkaç Kuvvet, gerçek bir kuvvet olmayıp sadece fiziksel bir olayı hareketli (eylemli) bir gözlem çerçevesinde izlediğimiz için ortaya çıkan sözde bir kuvvettir. Bunu anlamak için aşağıdaki taşıtın hareketini iki farklı gözlem çerçevesinden inceleyelim:



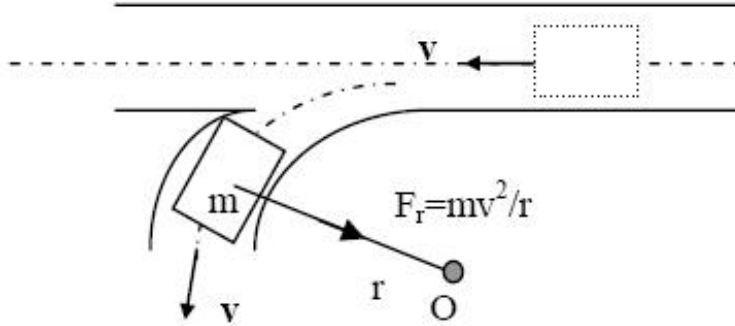
a) Durum-1



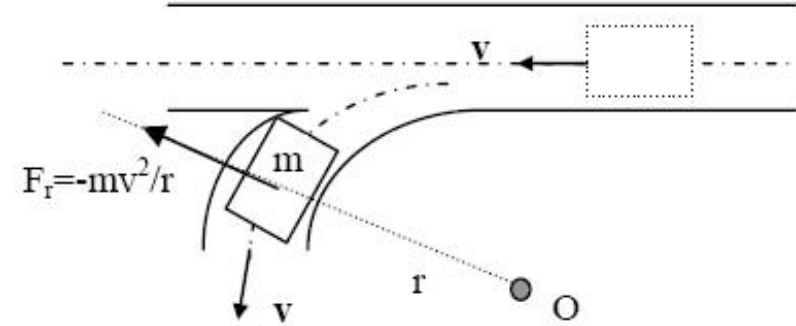
b) Durum-2

Yukardaki birinci durumda (a) cisim sabit bir doğrultuda ve hızda hareket ettiği için ivmesi sıfırdır ve Newton'un ikinci yasası gereği üzerine etki eden kuvvet de sıfır olur. Bu durumu ister hareketli gözlem çerçevesinden (arabanın içinden) isterse durağan bir gözlem çerçevesinden izleyelim aynı fiziksel olayı gözlemleriz.

Arabanın hızının büyüklüğünü koruyarak (sabit sürat) yoldan ayrılmasını gösteren ikinci durum (b) birinci durumdan çok farklıdır. Burda arabanın hızının büyüklüğü değişmemesine rağmen viraja girdiğinden hızın yönü değiştiği için ivmesi sıfırdan farklıdır ve dolayısı ile de üzerine merkezci bir kuvvet etki etmektedir. Araba ivmeli bir hareket yaptığı için artık bu araba eylemsiz bir gözlem çerçevesi olmaktan çıkar ve bu gözlem çerçevesinden gözleyeceğimiz olaylar eylemsiz (durağan) bir çerçeveden gözleyeceğimiz olaylardan farklı olur. Yukardaki ikinci durumu hem arabanın içindeki bir gözlem çerçevesinden hemde dışardaki bir gözlem çerçevesinden izleyerek merkezkaç kuvvetin neden gerçek bir kuvvet olmadığını fakat bunun yanında günlük deneyimlerimizde neden varlığını hep hissettiğimiz bir kuvvet olduğunu anlayabiliriz.



Arabanın dışında, durağan (eylemsiz) bir gözlem çerçevesinden bakıldığında



Arabanın içinden (eylemli) gözlem çerçevesinden bakıldığında

Viraja giren arabaya eylemsiz bir gözlem çerçevesinden (arabanın dışında, durağan bir çerçeveden) bakıldığında yapacağımız gözlem şu olacaktır: başlangıçta araba sabit bir v hızı ile gidiyordu ve ivmesi sıfırdı. Ama tam viraja geldiği anda araba bir kuvvetin etkisi altında kalarak dairesel bir hareket yapmaya zorlandı ve bu kuvvet “O” merkezine yönelen merkezci kuvvetten başka bir şey olamaz.

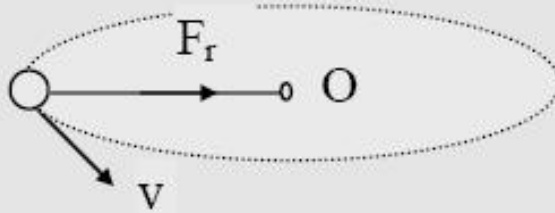
Aynı gözlemi arabanın içinden yaptığımızda ise yapacağımız gözlem şu olacaktır: başlangıçta cisim sabit bir v hızı ile gidiyordu ve ivmesi sıfırdı. Ama tam viraja geldiği anda dışarıya doğru savrulduğumuzu yani “O” merkezinin tersi yönünde merkezkaç bir kuvvetin etkisinde kaldığımız gerçeği.

Yukardaki gözlemlerimizden şu sonuçları çıkarabiliriz: ivmeli hareket yapan araba, eylemli bir gözlem çerçevesi olduğundan bu gözlem çerçevesinden yapacağımız gözlemler bizi yanıltır ve gerçek olmayan kuvvetleri, örneğin merkezkaç kuvvetini, hissetmemize neden olur. Bunun yanında eylemsiz bir gözlem çerçevesinden yapacağımız gözlemler gerçek kuvvetleri (örneğin merkezci kuvvet) gözlemlememizi olanaklı kılar.

Özetle, gerçek olan Merkezci Kuvvettir, Merkezkaç Kuvvet ise ivmeli (eylemli) gözlem çerçevesinde yapılan gözlemin bir sonucu olarak ortaya çıkan yalancı bir kuvvettir yani gerçek bir kuvvet değildir.

Örnek 6.2 0,5 kg kütleli bir top, 1,5 m uzunluğunda kablonun ucuna bağlanmıştır. Top, şekilde görüldüğü gibi yatay düzlemde dairesel yörüngede hızla döndürülüyor. Kablo 50 N'luk maksimum gerilmeye dayanabiliyorsa, kopmadan önce topun sahip olabileceği maksimum sürat nedir?

Çözüm:



$$\sum F_r = ma_r = mv^2/r$$

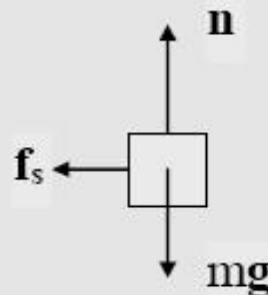
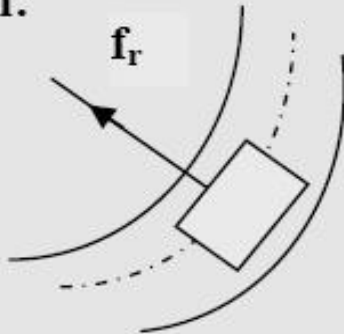
$$T = mv^2/r \Rightarrow v = (rT/m)^{1/2}$$

$$v_{\max} = (rT_{\max}/m)^{1/2}$$

$$v_{\max} = [(1,5\text{m}).(50\text{N})/(0,5\text{kg})]^{1/2} = 12,2 \text{ m/s}$$

Örnek 6.4 1500 kg kütleli bir araba düz bir yolda şekilde görüldüğü gibi 35 m yarıçaplı bir virajda hareket etmektedir. Yol ile tekerlekler arasındaki statik sürtünme katsayısı kuru zemin için 0,5 ise arabanın emniyetli olarak dönebileceği maksimum hızı bulunuz.

Çözüm:



$$f_r = ma_r = mv^2/r, \quad f_{s,\max} = \mu_s n, \quad n = mg$$

$$v_{\max} = (rf_{s,\max}/m)^{1/2} = (r\mu_s mg/m)^{1/2} = (r\mu_s g)^{1/2}$$

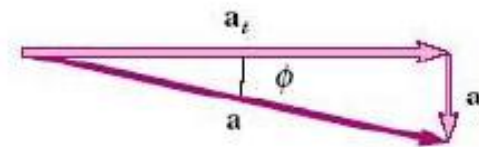
$$v_{\max} = [(35\text{m}).(0,5).(9,8\text{m/s}^2)]^{1/2} = 13,1 \text{ m/s}$$



Örnek 4.8-Merkezcil ivme



(a)



(b)

- Bir araba 0.300 m/s^2 ivme ile şekildeki gibi hareket etmektedir. Yarıçapı 500 m olan bir tepeden geçerken arabanın yatay hızının büyüklüğü 6.00 m/s dir. Arabaya etki eden toplam ivme nedir?

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_r + \mathbf{a}_t$$

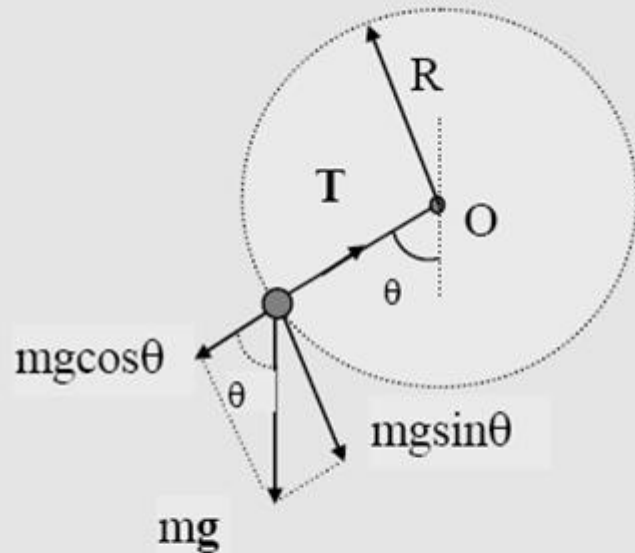
$$a_r = -\frac{v^2}{r} = -\frac{(6.00 \text{ m/s})^2}{500 \text{ m}} = -0.0720 \text{ m/s}^2$$

$$a = \sqrt{a_r^2 + a_t^2} = \sqrt{(-0.0720)^2 + (0.300)^2} \text{ m/s}^2$$

$$= 0.309 \text{ m/s}^2$$

Örnek 6.4 Dönen Top: m kütleli küçük bir küre şekilde görüldüğü gibi R uzunluğunda bir ipin ucuna bağlanarak düşey düzlemde bir O noktası etrafında dairesel yörüngede döndürülüyor. Cismin hızının v olduğu ve ipin düşeyle θ açısı yaptığı bir anda ipteki gerilmeyi hesaplayınız.

Çözüm:



Hız düzgün olmadığından $a_t \neq 0$

Teğet doğrultusundaki kuvvet:

$$\sum F_t = mg \sin \theta = m a_t$$

$$a_t = g \sin \theta$$

Çapsal doğrultudaki kuvvet:

$$\sum F_r = T - mg \cos \theta = m v^2 / r$$

$$T = (v^2 / r + g \cos \theta) m$$

Özel Durumlar:

- 1) Yörüngenin üst noktasında $\theta = 180^\circ$, $\cos(180^\circ) = -1$
 $T = (v_{\text{üst}}^2 / r - g)$ (ipteki gerilim minimum!)
- 2) Yörüngenin alt noktasında $\theta = 0^\circ$, $\cos(0^\circ) = +1$
 $T = (v_{\text{alt}}^2 / r + g)$ (ipteki gerilim maksimum!)

6-4 Newton'un 2. Yasasının Düzgün Olmayan Dairesel Harekete Uygulanması

Eğer dairesel yörüngede hareket eden cismin hızının büyüklüğü de zaman içerisinde değişiyor ise, merkezci ivmeye ek olarak birde teğetsel ivme var olacaktır. Cismin toplam ivmesi bu iki ivme vektörünün vektörel toplamı olacaktır.

Toplam İvme

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_r + \mathbf{a}_t$$

Kuvvet:

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} = m(\mathbf{a}_r + \mathbf{a}_t) = m\mathbf{a}_r + m\mathbf{a}_t$$

Burada;

$m\mathbf{a}_r$ =Merkezcil Kuvvet

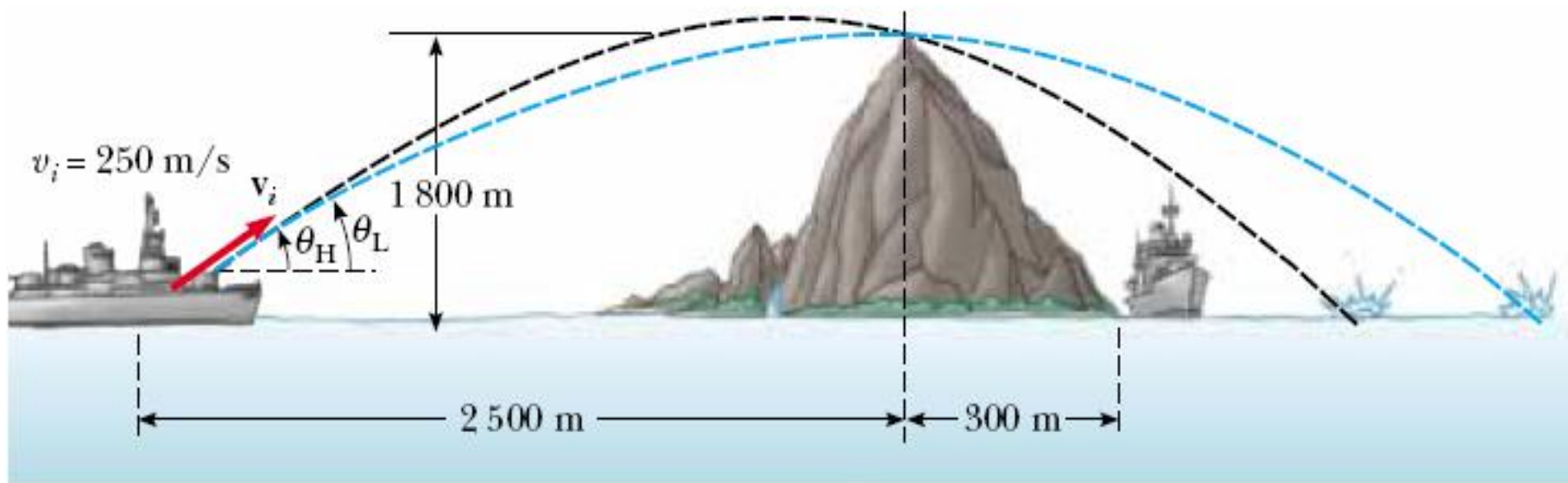
$m\mathbf{a}_t$ =Teğetsel Kuvvet

dir.



An enemy ship is on the east side of a mountain island, as shown in Figure P4.71. The enemy ship has maneuvered to within 2 500 m of the 1 800-m-high mountain peak and can shoot projectiles with an initial speed of 250 m/s. If the western shoreline is horizontally 300 m from the peak, what are the distances from the western shore at which a ship can be safe from the bombardment of the enemy ship?

Sayfa 108, problem 70





Önce dağın zirvesini yalayarak geçebileceği en büyük θ_H buluruz. Bu, bombalanan en yakın noktayı verecektir. Sonra dağın zirvesinden aşacak en küçük θ_L açısını buluruz ki buda verilen şartlarda maksimum menzili verecek. Her iki halde de θ_L ve $\theta_H > 45$ derecedir.

verilenler $x = 2500 \text{ m}$, $y = 1800 \text{ m}$, $v_i = 250 \text{ m/s}$.

$$y_f = v_{yi}t - \frac{1}{2}gt^2 = v_i(\sin \theta)t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$x_f = v_{xi}t = v_i(\cos \theta)t$$

$$t = \frac{x_f}{v_i \cos \theta}$$

$$y_f = v_i(\sin \theta) \frac{x_f}{v_i \cos \theta} - \frac{1}{2}g \left(\frac{x_f}{v_i \cos \theta} \right)^2 = x_f \tan \theta - \frac{gx_f^2}{2v_i^2 \cos^2 \theta} \left[\frac{1}{\cos^2 \theta} = \tan^2 \theta + 1 \right]$$



$$y_f = x_f \tan \theta - \frac{gx_f^2}{2v_i^2} (\tan^2 \theta + 1)$$



$$0 = \frac{gx_f^2}{2v_i^2} \tan^2 \theta - x_f \tan \theta + \frac{gx_f^2}{2v_i^2} + y_f.$$

Değerleri yerine koyarak çözersek;

$$\tan \theta = 3.905 \text{ or } 1.197, \text{ which gives } \theta_H = 75.6^\circ \text{ and } \theta_L = 50.1^\circ.$$

$$\text{menzil } \theta_H \Rightarrow \frac{v_i^2 \sin 2\theta_H}{g} = 3.07 \times 10^3 \text{ m} \quad \text{Düşman gemisinden}$$

$$3.07 \times 10^3 - 2500 - 300 = 270 \text{ m} \quad \text{kıyıdan}$$

$$\text{menzil } \theta_L \Rightarrow \frac{v_i^2 \sin 2\theta_L}{g} = 6.28 \times 10^3 \text{ m} \quad \text{Düşman gemisinden}$$

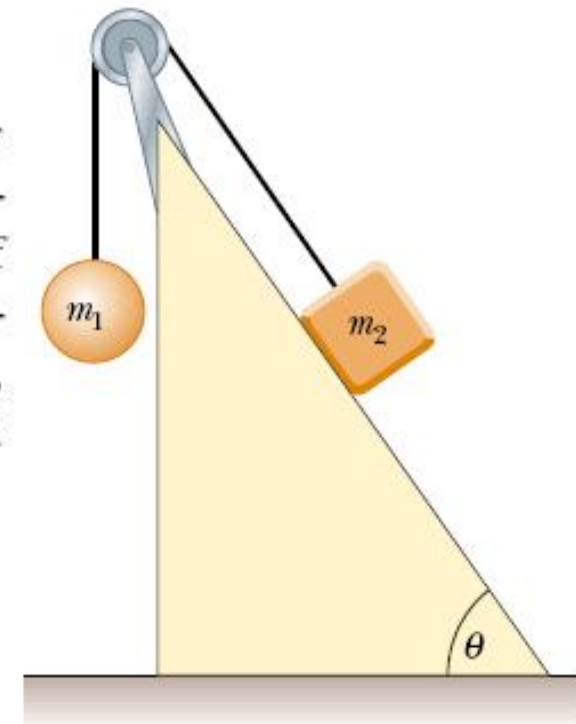


$$6.28 \times 10^3 - 2500 - 300 = 3.48 \times 10^3 \text{ kN}$$

Böylece emniyet mesafesi $< 270 \text{ m}$ or $> 3.48 \times 10^3 \text{ m}$ Kırıdan olmalıdır

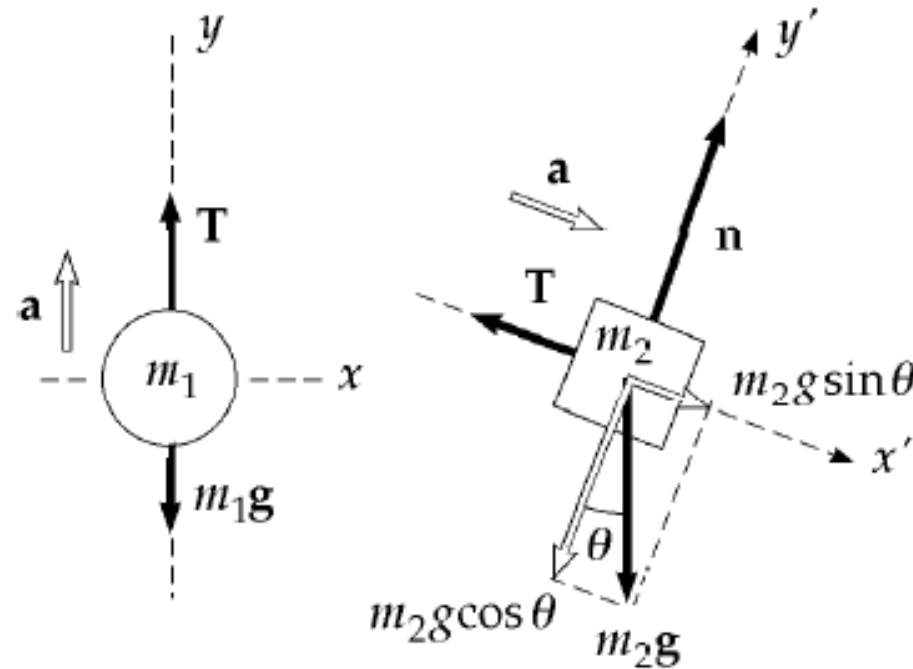
Sayfa 143, problem 34

Two objects are connected by a light string that passes over a frictionless pulley, as in Figure P5.26. Draw free-body diagrams of both objects. If the incline is frictionless and if $m_1 = 2.00 \text{ kg}$, $m_2 = 6.00 \text{ kg}$, and $\theta = 55.0^\circ$, find (a) the accelerations of the objects, (b) the tension in the string, and (c) the speed of each object 2.00 s after being released from rest.





verilenler $m_1 = 2.00 \text{ kg}$, $m_2 = 6.00 \text{ kg}$, $\theta = 55.0^\circ$



$$(a) \quad \sum F_x = m_2 g \sin \theta - T = m_2 a$$

$$T - m_1 g = m_1 a$$

$$a = \frac{m_2 g \sin \theta - m_1 g}{m_1 + m_2} = \boxed{3.57 \text{ m/s}^2}$$

$$(b) \quad T = m_1(a + g) = \boxed{26.7 \text{ N}}$$

$$(c) \quad v_i = 0, v_f = at = (3.57 \text{ m/s}^2)(2.00 \text{ s}) = \boxed{7.14 \text{ m/s}}.$$

Havaalanındaki bir bayan 20kg'lık valizini yatayla θ açısı yapan bir kuvvet ve sabit bir hızla şekilde görüldüğü gibi çekiyor. Kadının valize uyguladığı kuvvet 35N ve valiz ile zemin arasındaki Sürtünme kuvveti 20N dur. Valiz için serbest cisim diyagramı çiziniz.

- Çekme ipi yatayla hangi açıyı yapmaktadır.
- Zemin valize ne kadar normal kuvvet uygular.

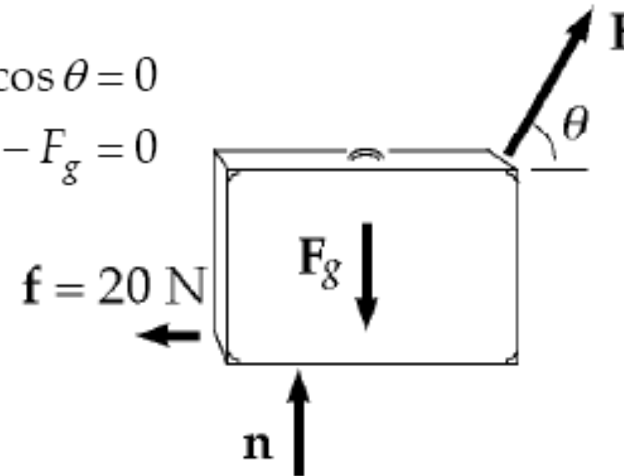




$$m_{\text{suitcase}} = 20.0 \text{ kg}, F = 35.0 \text{ N}$$

$$\sum F_x = ma_x: -20.0 \text{ N} + F \cos \theta = 0$$

$$\sum F_y = ma_y: +n + F \sin \theta - F_g = 0$$



$$(a) \quad F \cos \theta = 20.0 \text{ N}$$

$$\cos \theta = \frac{20.0 \text{ N}}{35.0 \text{ N}} = 0.571$$

$$\boxed{\theta = 55.2^\circ}$$

$$(b) \quad n = F_g - F \sin \theta = [196 - 35.0(0.821)] \text{ N}$$

$$\boxed{n = 167 \text{ N}}$$